

静态磨损试验数据的数理统计分析

颜钟得, 谢致薇

(广东工业大学 材料与能源学院, 广东 广州 510090)

摘要: 介绍了用数理统计方法分析处理静态磨损试验数据的方法, 表明用数理统计方法分析处理磨损试验数据可避免对试验结果作出错误判断.

关键词: 静态磨损试验; 数理统计; 正态分布; t 检验

中图分类号: TB302

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2007)01-0050-03

在《动态磨损试验数据的数理统计分析》一文中, 介绍了一种常用磨损试验方式的试验数据用数理统计作分析判断的方法. 本文将用数理统计分析处理另一种常用磨损试验方式的试验数据. 这种磨损试验方式是: 在相同磨损试验条件下用相同磨损试验时间对各受试对象各重复做几次试验, 称这种试验方式为静态磨损试验.

1 试验方法

1Cr18Ni9Ti 钢试样经 A: 气体软氮化 (记为 A 状态合金); B 液体软氮化 (记为 B 状态合金); C: 离子氮化 (记为 C 状态合金) 后, 在 M-2000 型磨损试验机上进行干式滑动摩擦磨损试验. 每个试样作磨损试验 80 min, 每种状态合金各做 6 次独立试验. 试验的对磨件是 GCr15 圆环 ($\phi_{\text{外}} = 50 \text{ mm}$), 其硬度为 HRC 60~61. 试样固定不动, 与对磨件线接触. 对磨件转动, 转速为 400 r/min, 磨损正压力为 300 N. 为尽量减少系统误差, 试样磨损试验顺序采用 A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C, B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ A, C $\rightarrow$ A $\rightarrow$ B..... 循环进行. 用十万分之一的分析天平称量试样磨损试验前后的重量, 算出 3 组磨损试验失重数据如下 (单位: mg):

A 状态: 0.79 0.81 0.77 0.82 0.80 0.79

B 状态: 0.78 0.73 0.79 0.74 0.77 0.75

C 状态: 0.80 0.70 0.78 0.69 0.81 0.77

2 数据处理与分析

需先说明: 如果 A、B、C 3 种状态合金的耐磨性相差悬殊, 在重复几次试验的数据中没有相互交叉现象, 各组数据的平均值相差较大, 则所得数据不需作数理统计分析, 由各组失重数据的平均值就可对

它们的耐磨性能作上、中、下的排序. 这种情况不是本文讨论的范围. 不过要引起注意的是: 磨损试验数据有很强的统计性质, 重复试验次数不要太少, 以免错判. 本文要讨论的是类似第 1 节中的试验数据出现相互交叉现象, 受试验的各对象的耐磨性能没有很明显的优劣趋势, 这种情况就很有必要用数理统计方法来分析试验数据, 才能最大限度地避免作出错误判断.

要用数理统计方法来分析处理这 3 组试验数据, 可把这 3 组试样的试验数据看作来自 3 个相互独立的总体, 分别用随机变量 x_A 、 x_B 、 x_C 来表征. 由数理统计的中心极限定理可知: 在正常试验情况下, x_A 、 x_B 、 x_C 都服从正态分布^[1]. 它们的正态总体分别记为 $N(\mu_A, \sigma_A^2)$ 、 $N(\mu_B, \sigma_B^2)$ 和 $N(\mu_C, \sigma_C^2)$. 这样, 要判断两两相互对比的不同状态合金的耐磨性有无显著差异的问题就可转化为检验两正态总体的均值是否相等的数理统计假设检验问题.

由试验数据算得

$$n_A = 6, \bar{x}_A = 0.797, S_A^2 = 3.067 \times 10^{-4};$$

$$n_B = 6, \bar{x}_B = 0.760, S_B^2 = 5.600 \times 10^{-4};$$

$$n_C = 6, \bar{x}_C = 0.758, S_C^2 = 2.617 \times 10^{-3}.$$

先讨论 A、B 两状态合金的耐磨性有无显著差异. 可在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下假设 $H_0: \mu_A = \mu_B$ 和备择假设 $H_1: \mu_A > \mu_B$ (因为 $\bar{x}_A > \bar{x}_B$).

用 t 检验有可能可以判断 H_0 的真假:

$$\text{记 } S_W^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}, \text{ 则 } H_0 \text{ 的拒绝}$$

域为

$$\bar{x}_A - \bar{x}_B > t_{\alpha}(n_A + n_B - 2) \times S_W \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \quad (1)$$

这里, 因 $n_A = n_B = n$, 式 (1) 可简化为

$$x_A - x_B > t_{\alpha}(2n - 2) \times \sqrt{\frac{S_A^2 + S_B^2}{n}}. \tag{2}$$

因为 σ_A^2 与 σ_B^2 未知, 应先用 F 检验, 检验方差齐性, 即检验 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ 成立方可使用式 (1)^[2].

因而, 先在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下检验假设 $H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$, 因为 μ_A, μ_B 未知, H_0 的拒绝域为

$$\frac{S_B^2}{S_A^2} > F_{\alpha}(n_B - 1, n_A - 1)^{[2]} (S_B^2 > S_A^2), \tag{3}$$

查 F 分布表得: $F_{0.01}(5, 5) = 10.97$

$$\text{而 } \frac{S_B^2}{S_A^2} = \frac{5\,600 \times 10^{-4}}{3\,067 \times 10^{-4}} = 1.826 < 10.97$$

式 (3) 不成立, 故接受 H_0 . 即在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下认为 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$, 所以, 可使用式 (1) 或式 (2) 检验假设 H_0 和备择假设 H_1 .

查 t 分布表并计算得

$$t_{\alpha}(2n - 2) \sqrt{\frac{S_A^2 + S_B^2}{n}} = t_{0.01}(10) \sqrt{\frac{S_A^2 + S_B^2}{6}} =$$

$$2\,763.8 \times \sqrt{\frac{(2\,56 + 7\,60) \times 10^{-4}}{6}} = 0.0332$$

$$x_A - x_B = 0.037 > 0.0332$$

式 (2) 成立, 故拒绝 H_0 , 接受 H_1 . 即在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下认为 A、B 两状态合金的耐磨性有显著差异. 因为 $x_A > x_B$ (A 状态合金试样的平均磨损失重量大于 B 状态合金试样的平均磨损失重量), 故 B 状态合金的耐磨性优于 A 状态合金的耐磨性. 这一判断是误判 (即犯所谓“弃真”的错误) 的概率是 $P = \alpha = 0.01$ ^[3], 是小概率事件, 故在对比 A、B 两状态合金的综合性能时, 它们的耐磨性有显著差异是不可忽略的因素.

接着来判断 A、C 两状态合金的耐磨性有无显著差异. 仍取显著性水平 $\alpha = 0.01$, 假设 $h_0: \sigma_A^2 = \sigma_C^2$, 因为 $S_A^2 < S_C^2$, 用 S_C^2 代替式 (3) 的 S_B^2 , 算得

$$\frac{S_C^2}{S_A^2} = \frac{2\,617 \times 10^{-3}}{3\,067 \times 10^{-4}} = 8.533 < 10.97 =$$

$$F_{0.01}(n_C - 1, n_A - 1).$$

接受假设 $h_0: \sigma_A^2 = \sigma_C^2$, 满足使用式 (1) 或式 (2) 的条件. 因为 $x_A > x_C$, $n_A = n_C = n$, 可假设 $h_0: \mu_A = \mu_C$ 和备择假设 $h_1: \mu_A > \mu_C$, h_0 的拒绝域为

$$x_A - x_C > t_{\alpha}(2n - 2) \sqrt{\frac{S_A^2 + S_C^2}{n}}, \tag{2'}$$

查 t 分布表并计算得

$$t_{\alpha}(2n - 2) \sqrt{\frac{S_A^2 + S_C^2}{n}} =$$

$$2\,763.8 \times \sqrt{\frac{3\,067 \times 10^{-4} + 2\,617 \times 10^{-3}}{6}} = 0.061$$

$$x_A - x_C = 0.039 < 0.061$$

可见式 (2') 不成立, 接受假设 $h_0: \mu_A = \mu_C$, 认为 A、C 两状态合金的耐磨性在显著性水平 $\alpha = 0.01$ 下无显著性差异, 试验数据的差异纯属试验随机误差引起, 在对比 A、C 两状态合金的综合性能时, 可不必考虑它们耐磨性的差异.

再来分析 B、C 两状态合金的试验数据, 因为 x_B 与 x_C 几乎相等, 不必作假设检验就可判断两合金的耐磨性是没有显著差异的.

在上面的分析讨论中已经提到, 用式 (1) 检验假设 $\mu_A = \mu_B$ 的真假时需先检验假设 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ 为真时 (即方差齐性) 方能应用. 事实上, 由于各个试样接受试验的时间间隔不会很长, 且对各试样接受试验的顺序作了合理安排, $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ 这一条件通常都能满足. 故若 $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ 时, 假设 $\mu_A = \mu_B$ 的检验方法不在此讨论, 请参阅文献 [4].

本例的磨损试验数据, 如果不用数理统计分析, 光看 x_A, x_B, x_C 的表面差异, 就会得出 B、C 两状态合金的耐磨性都优于 A 状态合金的耐磨性的结论; 但用数理统计的假设检验来分析这些数据, 得到的结论是 B 状态合金的耐磨性优于 A 状态合金的耐磨性, 而 A、C 两状态合金的耐磨性无显著差异, 两者试验数据的差异是试验的随机误差所引起. 而且, 光从 x_A, x_B, x_C 的关系看, 有 $(x_A - x_B) < (x_A - x_C)$, 即 x_A 与 x_C 的差异比 x_A 与 x_B 的差异还略大些. 究其内在原因是 x_C 的各数据波动较大, 从数理统计的角度讲就是试验数据的随机误差较大, 使得样本方差 S_C^2 相对较大, 而样本方差是影响数理统计假设检验结果的直接因素.

3 结语

静态磨损试验方式的磨损试验数据几乎无重现性, 波动大, 随机误差大, 有很强的统计性质. 而磨损试验较费时, 不可能靠过多地增加重复试验次数来减小 (或消除) 随机误差. 因而, 若仅以各受试对象的有限次试验数据的平均值为依据判断各受试对象耐磨性孰优孰劣, 有可能不符合实际情况. 特别是当各受试对象的数据出现交叉现象时, 错判的可能性更大, 若对各试验数据采用数理统计方法分析处理, 则可有效地避免把试验过程的随机误差错当作研究对象耐磨性的本质差异, 能由有限的试验次数得到尽可能符合实际情况的判断.

参考文献:

[1] 周概容. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1984 497-508

[2] 盛骤. 工程数学概率论与数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1985 255-268

[3] 汪忠志. 概率论及统计应用 [M]. 合肥: 合肥工业大学出版社, 2005 309-312

[4] Brownlee K. A. Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering Second Edition [M]. Chicago The University of Chicago 1965

Mathematical Statistics Analysis of the Static Wear Test Data

YAN Zhong-de XIE Zhiwei

(Faculty of Materials and Energy, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090, China)

Abstract A method is introduced that the experimental data obtained in the static wear test has been studied by mathematical statistics. The results show that determination as exact as possible could be made in finite experiments with the method.

Key words static wear test; mathematical statistics; normal distribution; *t* testing

编写科技论文摘要的注意事项

科技论文多选用报道性摘要, 主要用来反映论文研究的主要目的、方法及主要结论与结果, 陈述研究的创新之处。篇幅以 300 字左右为宜。同时应注意:

- 1) 摘要中应排除本学科领域已成为常识的内容; 切忌把应在引言中出现的内容写入摘要; 一般也不要对论文内容作诠释和评论 (尤其是自我评价)。
- 2) 不得简单重复题名中已有的信息。比如一篇文章的题名是《几种中国兰种子试管培养根状茎发生的研究》, 摘要的开头就不要再写: “为了 …… , 对几种中国兰种子试管培养根状茎的发生进行了研究”。
- 3) 结构严谨, 表达简明, 语义确切。摘要先写什么, 后写什么, 要按逻辑顺序来安排。句子之间要上下连贯, 互相呼应。摘要慎用长句, 句型应力求简单。每句话要表意明白, 无空泛、笼统、含混之词, 但摘要毕竟是一篇完整的短文, 电报式的写法亦不足取。摘要不分段。
- 4) 用第三人称。建议采用“对 ……进行了研究”、“报告了 ……现状”、“进行了 ……调查”等记述方法标明一次文献的性质和文献主题, 不必使用“本文”、“作者”等作为主语。
- 5) 要使用规范化的名词术语, 不用非公知公用的符号和术语。新术语或尚无合适汉文术语的, 可用原文或译出后加括号注明原文。
- 6) 除了实在无法变通以外, 一般不用数学公式和化学结构式, 不出现插图、表格。
- 7) 不用引文, 除非该文献证实或否定了他人已出版的著作。
- 8) 缩略语、略称、代号, 除了相邻专业的读者也能清楚理解的以外, 在首次出现时必须加以说明。
- 9) 采用法定计量单位、正确使用语言文字和标点符号等。

(摘引自 陈浩元. 科技书刊标准化 18 讲. 北京师范大学出版社, 1998)